

INTRODUCCIÓN

El excelente libro *Manual para el proyecto de estructuras de concreto armado para edificaciones* de los Ingenieros **Enrique Arnal** y **Salomón Epelboim**; realizado en el año 1.984 bajo solicitud y auspicios del Ministerio del Desarrollo Urbano de la República de Venezuela; editado por la Fundación Juan José Aguerrevere, Fondo Editorial del Colegio de Ingenieros de Venezuela; y basado en la Norma de *Estructuras de concreto armado para edificios* Covenin-Mindur 1753, en la Norma para *Edificaciones antisísmicas* Covenin-Mindur 1756, en la Norma de *Acciones mínimas para el proyecto de edificaciones* Covenin-Mindur 2002, en la Norma para el *Cálculo de la acción del viento en el proyecto de edificaciones* Covenin-Mindur y en la vasta experiencia de los autores, ha sido durante muchos años referencia obligada para el diseño de estructuras de concreto armado.

El éxito de este libro fue notable, y se agotó la existencia de todas sus ediciones. Actualmente solo circulan los ejemplares que tenemos quienes pudimos adquirirlo en su oportunidad. Más allá de ser un manual, esta obra constituye un libro de texto.

Mucha de la información contenida en este manual es perecedera, puesto que está referenciada a la normativa vigente para la época. Sin embargo, contiene información invaluable de carácter teórico, además de criterios para el buen diseño, que trascienden al tiempo y a las sucesivas normas. Es por este motivo que me he dado a la tarea de digitalizar algunos capítulos que siguen –y seguirán- vigentes, para el libre acceso de aquellos colegas que lo requieran. Cabe acotar que queda a juicio del ingeniero proyectista seguir los criterios expuestos en este texto, cuando sean aplicables, puesto que no son prescriptivos.

Debido a que es un producto que fue realizado por el gobierno nacional, y cuya data es de hace 25 años, no pienso que no pueda pertenecer al dominio público, tal como hoy día ocurre con las Normas Covenin. Esta difusión pública se ha realizado sin el permiso previo para ello.

Antolín Martínez A.
Puerto Ordaz, Julio 2010

CAPÍTULO 7 – SECCIONES 7.9 y 7.10

Análisis (momentos) de placas circulares (7.9) y anulares (7.10) con carga uniforme.



ASPECTOS GENERALES

Las placas circulares y anulares se emplean principalmente en estanques, marquesinas, silos, fundaciones de máquinas, etc.. En las páginas siguientes se dan coeficientes numéricos que facilitan el cálculo de las solicitaciones en dichas placas para diversas condiciones de borde y para distintos casos de carga.

Con esos coeficientes dados se pueden calcular los momentos radiales, los momentos tangenciales y las fuerzas cortantes en puntos de la placa indicados en los respectivos gráficos.

HIPÓTESIS Y MÉTODOS DE CÁLCULO

Para la determinación de los coeficientes se ha seguido el método de Worsch y se ha usado un valor de $1/6$ para el coeficiente de Poisson. Las expresiones matemáticas requeridas para el cálculo de esos coeficientes se indican en las páginas que siguen a las tablas.

NOTACION

Se emplea la siguiente notación:

R = radio de la losa

$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ = coeficientes para el cálculo de las solicitaciones. Sus valores se indican en las páginas correspondientes.

M_R = momento radial

M_T = momento tangencial

V = fuerza cortante

P = carga puntual (kilos). Para el cálculo se ha supuesto que se aplica sobre un área de: $0.10 R$

w = carga repartida

p = carga repartida a lo largo de una circunferencia.



BIBLIOGRAFIA

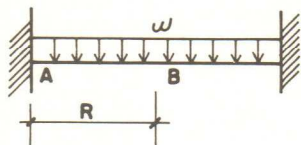
1. "Beton - Kalender 1952".
Ed: Wilhelm Ernst und Sohn - Berlín 1952.
2. S. Timoshenko
"Theory of Plates and Shells".
Ed: Mc Graw-Hill Book Company - New York- 1940.
3. Odone Belluzzi
"Scienza Delle Costruzioni".
Ed: Nicola Zanichelli - Bologna - 1952.
4. "Losas Circulares con Carga Excéntrica y Apoyos Centrales Simétricos".
María Magdalena Crespo
Henrique Gómez Escobar
María Cristina Maldonado
UCV - Tesis de Grado
Caracas - 1955 (Multigrafiado).



TABLA N° 7.47

LOSAS CIRCULARES CON BORDE EMPOTRADO

① CARGA UNIFORME

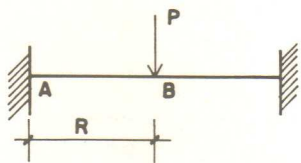


$$M_{RA} = -0,040 \pi w R^2 \quad M_{RB} = 0,023 \pi w R^2$$

$$M_{TA} = -0,007 \pi w R^2 \quad M_{TB} = 0,023 \pi w R^2$$

$$V_A = 0,159 \pi w R \quad V_B = 0$$

② CARGA PUNTUAL EN EL CENTRO

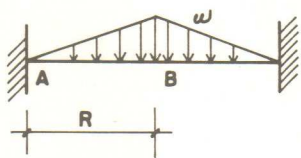


$$M_{RA} = -0,080 P \quad M_{RB} = 0,278 P$$

$$M_{TA} = -0,013 P \quad M_{TB} = 0,278 P$$

$$V_A = 0,159 P/R \quad V_B = 3,183 P/R$$

③ CARGA TRIANGULAR



$$M_{RA} = -0,019 \pi w R^2 \quad M_{RB} = 0,015 \pi w R^2$$

$$M_{TA} = -0,003 \pi w R^2 \quad M_{TB} = 0,015 \pi w R^2$$

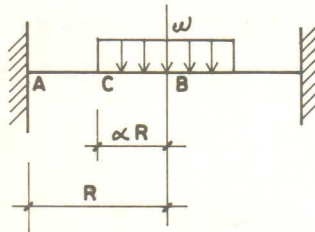
$$V_A = 0,053 \pi w R \quad V_B = 0$$



TABLA N° 7.48

4

CARGA UNIFORME PARCIAL



$$M_{RA} = -C_1 w R^2 \quad M_{RB} = C_2 w R^2$$

$$M_{TA} = -C_3 w R^2 \quad M_{TB} = C_4 w R^2$$

$$V_A = C_5 w R \quad V_B = 0 \quad V_C = C_6 w R$$

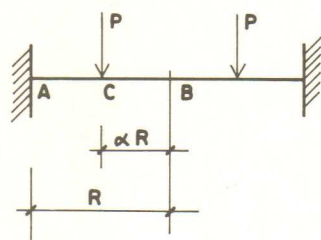
α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,0025	0,0090	0,0215	0,0368	0,0547	0,0738	0,0925	0,1088	0,1205
C 2 = C 4	0,0067	0,0189	0,0322	0,0446	0,0551	0,0631	0,0685	0,0715	0,0727
C 3	0,0004	0,0015	0,0036	0,0061	0,0091	0,0123	0,0154	0,0181	0,0201
C 5	0,0050	0,0200	0,0450	0,0800	0,1250	0,1800	0,2450	0,3200	0,4050
C 6	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500	0,3000	0,3500	0,4000	0,4500



TABLA N° 7. 49

5

CARGA A LO LARGO DE UNA CIRCUNFERENCIA



$$M_{RA} = - C_1 P R \quad M_{RB} = M_{RC} = C_2 P R$$

$$M_{TA} = - C_3 P R \quad M_{TB} = M_{TC} = C_4 P R$$

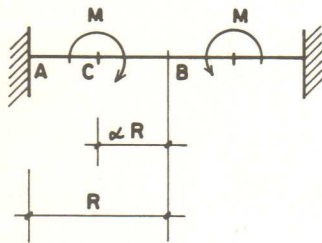
$$V_A = \alpha P \quad V_B = 0 \quad V_C = P$$

α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,0500	0,0960	0,1370	0,1680	0,1880	0,1920	0,1790	0,1440	0,0860
C 2 = C 4	0,1050	0,1320	0,1310	0,1160	0,0930	0,0670	0,0310	0,0200	0,0050
C 3	0,0830	0,0800	0,0760	0,0700	0,0630	0,0530	0,0430	0,0300	0,0160



TABLA N° 7.50

⑥ MOMENTOS CIRCUNFERENCIALES



$$\begin{aligned} M_{RA} &= -C_1 PR & M_{RB} = M_{RCd} &= C_2 PR & M_{RCi} &= C_3 PR \\ M_{TA} &= -C_4 PR & M_{TB} = M_{TCd} &= C_5 PR & M_{TCi} &= C_6 PR \end{aligned}$$

α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,0100	0,0400	0,0900	0,1600	0,2500	0,3600	0,4900	0,6400	0,8100
C 2 = C 5	0,5810	0,5600	0,5310	0,4900	0,4380	0,3730	0,2980	0,2100	0,1110
C 3	0,4230	0,4400	0,4690	0,5100	0,5630	0,6270	0,7030	0,7900	0,8890
C 4	0,0010	0,0070	0,0150	0,0270	0,0420	0,0600	0,0820	0,1070	0,1350
C 6	-0,4110	-0,3930	-0,3640	-0,3230	-0,2710	-0,2070	-0,1310	-0,0430	0,0560



COEFICIENTES C

CASO ④

NOTA: EN LOS CALCULOS DE C
SE HA TOMADO PARA LA
RELACION DE POISSON
EL VALOR : $\mu = 1/6$

$$C_1 = -\frac{\alpha^2}{8}(\alpha^2 - 2)$$

$$C_2 = C_4 = -\frac{7}{96}\alpha^2(\alpha^2 - 4 \ln. \alpha)$$

$$C_3 = \frac{\alpha^2}{48}(\alpha^2 - 2)$$

$$C_5 = \frac{\alpha^2}{2} \quad C_6 = \frac{\alpha}{2}$$

CASO ⑤

$$C_1 = \frac{\alpha}{2}(1 - \alpha^2)$$

$$C_2 = C_4 = -\frac{7}{24}\alpha(1 - \alpha^2 + 2 \ln. \alpha)$$

$$C_3 = \frac{1 - \alpha^2}{12}$$

CASO ⑥

$$C_1 = \alpha^2$$

$$C_2 = C_5 = \frac{7}{12}(1 - \alpha^2)$$

$$C_3 = \frac{7\alpha^2 + 5}{12}$$

$$C_4 = \frac{\alpha^2}{6}$$

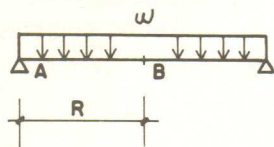
$$C_6 = \frac{7\alpha^2 - 5}{12}$$



TABLA N° 7.51

7 LOSAS CIRCULARES CON BORDE SIMPLEMENTE APOYADO

CARGA UNIFORME



$$M_{RA} = 0$$

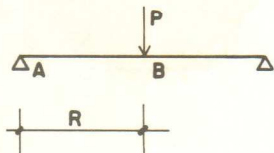
$$M_{RB} = 0,063 \pi \omega R^2$$

$$M_{TA} = 0,033 \pi \omega R^2$$

$$M_{TB} = 0,063 \pi \omega R^2$$

$$V_A = 0,159 \pi \omega R$$

$$V_B = 0$$

8 CARGA PUNTUAL EN EL CENTRO

$$M_{RA} = 0$$

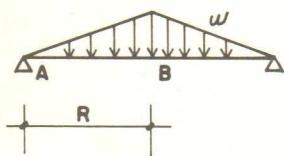
$$M_{RB} = 0,358 P$$

$$M_{TA} = 0,066 P$$

$$M_{TB} = 0,358 P$$

$$V_A = 0,159 P/R$$

$$V_B = 3,183 P/R$$

9 CARGA TRIANGULAR

$$M_{RA} = 0$$

$$M_{RB} = 0,034 \pi \omega R^2$$

$$M_{TA} = 0,015 \pi \omega R^2$$

$$M_{TB} = 0,034 \pi \omega R^2$$

$$V_A = 0,053 \pi \omega R$$

$$V_B = 0$$

10 MOMENTO APLICADO EN APOYOS

$$M_R = M_T = M$$

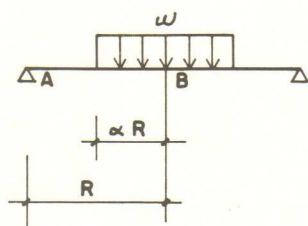
EN TODA LA LOSA



TABLA N° 7.52

11

CARGA UNIFORME PARCIAL



$$M_{RA} = 0$$

$$M_{RB} = C_1 w R^2$$

$$M_{TA} = C_2 w R^2$$

$$M_{TB} = C_3 w R^2$$

$$V_A = C_4 w R$$

$$V_B = 0 \quad V_C = C_5 w R$$

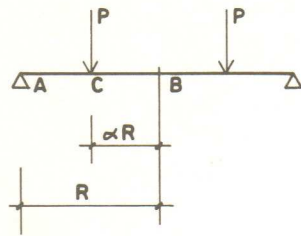
α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1 = C 3	0,0092	0,0287	0,0537	0,0814	0,1098	0,1369	0,1610	0,1803	0,1932
C 2	0,0021	0,0082	0,0179	0,0307	0,0456	0,0615	0,0771	0,0907	0,1004
C 4	0,0050	0,0200	0,0450	0,0800	0,1250	0,1800	0,2450	0,3200	0,4050
C 5	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500	0,3000	0,3500	0,4000	0,4500



TABLA N° 7.53

12

CARGA A LO LARGO DE UNA CIRCUNFERENCIA



$$M_{RA} = 0$$

$$M_{RB} = M_{RC} = C_1 PR$$

$$M_{TA} = C_2 PR$$

$$M_{TB} = M_{TC} = C_3 PR$$

$$V_A = P$$

$$V_B = 0 \quad V_C = P$$

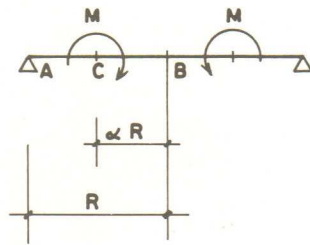
α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$C_1 = C_3$	0,1549	0,2278	0,2676	0,2838	0,2800	0,2588	0,2200	0,1641	0,0909
C_2	0,4130	0,4000	0,3790	0,3500	0,3130	0,2670	0,2130	0,1500	0,0790



TABLA N° 7.54

13

MOMENTOS A LO LARGO DE UNA CIRCUNFERENCIA



$$\begin{aligned}
 M_{RA} &= 0 & M_{RB} &= M_{RCd} = C1 M & M_{RCi} &= -C2 M \\
 M_{TA} &= C3 M & M_{TB} &= M_{TCd} = C4 M & M_{TCi} &= C5 M \\
 V_A &= 0 & V_B &= 0 & V_C &= 0
 \end{aligned}$$

α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
$C1 = C4$	0,5875	0,6000	0,6200	0,6500	0,6875	0,7333	0,7875	0,8500	0,9200
$C2$	0,4125	0,4000	0,3792	0,3500	0,3125	0,2667	0,2125	0,1500	0,0792
$C3$	0,0083	0,0333	0,0750	0,1333	0,2083	0,3000	0,4083	0,5333	0,6750
$C5$	0,4208	0,4333	0,4542	0,4833	0,5208	0,5667	0,6208	0,6833	0,7542



CASO ⑪

$$C 1 = C 3 = \frac{\alpha^2}{96} (24 - 5\alpha^2 - 28 \ln. \alpha)$$

$$C 2 = \frac{10}{96} \alpha^2 (2 - \alpha^2)$$

$$C 4 = \frac{\alpha^2}{2} \quad C 5 = \frac{\alpha}{2}$$

CASO ⑫

$$C 1 = C 3 = \frac{\alpha}{24} [5(1 - \alpha^2) - 14 \ln. \alpha]$$

$$C 2 = \frac{5}{12} (1 - \alpha^2)$$

CASO ⑬

$$C 1 = C 4 = \frac{7 + 5\alpha^2}{12}$$

$$C 2 = \frac{5}{12} (1 - \alpha^2)$$

$$C 3 = \frac{5}{6} \alpha^2 \quad C 5 = \frac{5}{12} (\alpha^2 + 1)$$

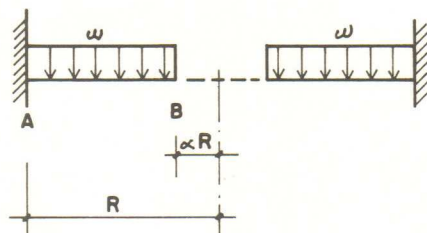


TABLA N° 7.55

14

LOSAS ANULARES CON BORDE EXTERNO EMPOTRADO

CARGA UNIFORME _



$$M_{RA} = -C_1 \omega R^2$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{TA} = -C_2 \omega R^2$$

$$M_{TB} = C_3 \omega R^2$$

$$V_A = C_4 \omega R$$

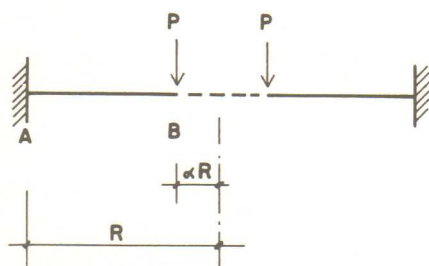
$$V_B = 0$$

α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,1241	0,1201	0,1113	0,0971	0,0782	-0,0568	0,0356	0,0173	0,0047
C 2	0,0207	0,0200	0,0186	0,0162	0,0130	0,0095	0,0059	0,0029	0,0008
C 3	0,1306	0,1023	0,0723	0,0462	0,0264	0,0131	0,0053	0,0015	0,0002
C 4	0,4950	0,4800	0,4550	0,4200	0,3750	0,3200	0,2550	0,1800	0,0950



TABLA N° 7.56

15 CARGA REPARTIDA A LO LARGO DE UNA CIRCUNFERENCIA _



$$M_{RA} = -C_1 P R^2$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{TA} = -C_2 P R^2$$

$$M_{TB} = C_3 P R^2$$

$$V_A = \alpha P$$

$$V_B = P$$

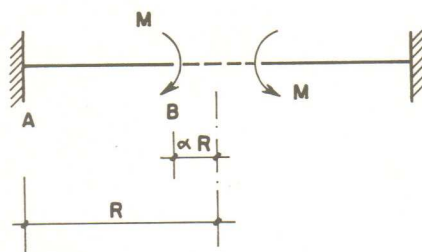
α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,0500	0,1100	0,1600	0,2000	0,2300	0,2300	0,2100	0,1600	0,0900
C 2	0,0100	0,0200	0,0300	0,0300	0,0400	0,0400	0,0300	0,0300	0,0200
C 3	0,2100	0,2500	0,2300	0,1900	0,1400	0,0900	0,0500	0,0200	0,0100



TABLA N° 7.57

16

MOMENTO APLICADO _



$$M_{RA} = -C_1 M$$

$$M_{RB} = -M$$

$$M_{TA} = C_2 M$$

$$M_{TB} = C_3 M$$

α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,0237	0,0909	0,1918	0,3137	0,4444	0,5745	0,6975	0,8100	0,9110
C 2	0,0039	0,0152	0,0320	0,0523	0,0741	0,0957	0,1163	0,1350	0,1518
C 3	-0,9724	-0,8939	-0,7762	-0,6340	-0,4815	-0,3298	-0,1862	-0,0549	0,0628

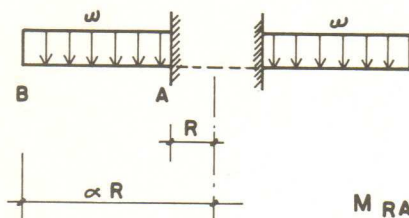


TABLA N° 7.58

LOSAS ANULARES CON BORDE INTERNO EMPOTRADO

17

CARGA UNIFORME _



$$M_{RA} = -C_1 w R^2$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{TA} = -C_2 w R^2$$

$$M_{TB} = -C_3 w R^2$$

$$V_A = C_4 w R$$

$$V_B = 0$$

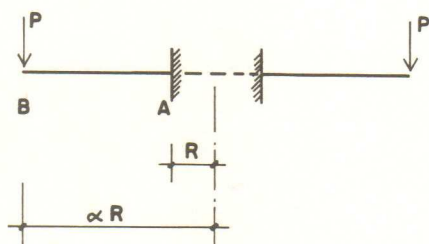
α	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40	2,30	2,20	2,10
C 1	3,3155	2,9564	2,6202	2,3065	2,0149	1,7452	1,4969	1,2697	1,0632	0,8769
C 2	0,5526	0,4927	0,4367	0,3844	0,3358	0,2909	0,2495	0,2116	0,1772	0,1461
C 3	0,4337	0,3871	0,3431	0,3017	0,2629	0,2267	0,1932	0,1624	0,1343	0,1090
C 4	4,0000	3,7050	3,4200	3,1450	2,8800	2,6250	2,3800	2,1450	1,9200	1,7050

α	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10
C 1	0,7103	0,5631	0,4347	0,3244	0,2318	0,1561	0,0965	0,0523	0,0220	0,0053
C 2	0,1184	0,0939	0,0724	0,0541	0,0386	0,0260	0,0161	0,0087	0,0037	0,0009
C 3	0,0864	0,0666	0,0495	0,0352	0,0236	0,0145	0,0079	0,0036	0,0011	0,0002
C 4	1,5000	1,3050	1,1200	0,9450	0,7800	0,6250	0,4800	0,3450	0,2200	0,1050



TABLA N° 7.59

18 CARGA REPARTIDA A LO LARGO DE LA CIRCUNFERENCIA DE BORDE _



$$M_{RA} = -C_1 P R^2$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{TA} = -C_2 P R^2$$

$$M_{TB} = -C_3 P R^2$$

$$V_A = \alpha P$$

$$V_B = P$$

α	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40	2,30	2,20	2,10
C 1	3,9400	3,6900	3,4400	3,2000	2,9600	2,7300	2,5000	2,2700	2,0500	1,8400
C 2	0,6600	0,6100	0,5700	0,5300	0,4900	0,4500	0,4200	0,3800	0,3400	0,3100
C 3	0,7500	0,7000	0,6500	0,6000	0,5600	0,5100	0,4600	0,4200	0,3700	0,3300

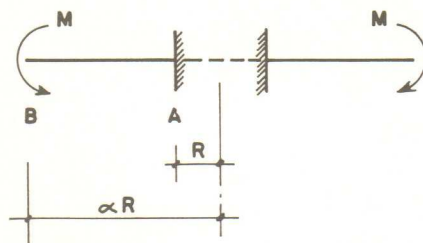
α	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10
C 1	1,6300	1,4300	1,2300	1,0400	0,8600	0,6900	0,5200	0,3700	0,2300	0,1100
C 2	0,2700	0,2400	0,2100	0,1700	0,1400	0,1100	0,0900	0,0600	0,0400	0,0200
C 3	0,2900	0,2400	0,2000	0,1600	0,1300	0,0900	0,0600	0,0400	0,0200	0,0100



TABLA Nº 7.60

19

MOMENTO APLICADO EN EL EXTREMO LIBRE -



$$M_{RA} = -C_1 M$$

$$M_{RB} = -M$$

$$M_{TA} = -C_2 M$$

$$M_{TB} = -C_3 M$$

α	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40	2,30	2,20	2,10
C 1	1,5882	1,5801	1,5711	1,5613	1,5505	1,5385	1,5252	1,5103	1,4938	1,4753
C 2	0,2647	0,2633	0,2619	0,2602	0,2584	0,2564	0,2542	0,2517	0,2490	0,2459
C 3	0,8529	0,8434	0,8330	0,8215	0,8089	0,7949	0,7793	0,7621	0,7428	0,7212

α	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10
C 1	1,4545	1,4311	1,4046	1,3746	1,3403	1,3012	1,2564	1,2050	1,1459	1,0780
C 2	0,2424	0,2385	0,2341	0,2291	0,2234	0,2169	0,2094	0,2008	0,1910	0,1797
C 3	0,6970	0,6696	0,6387	0,6036	0,5637	0,5181	0,4658	0,4058	0,3369	0,2576

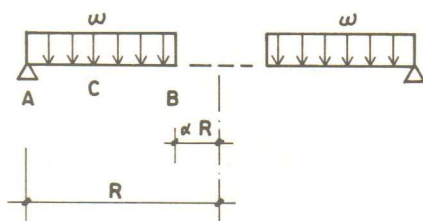


TABLA N° 7.61

LOSAS ANULARES CON BORDE EXTERNO SIMPLEMENTE APOYADO.

20

CARGA UNIFORME.



$$M_{RA} = 0$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{RC} = C_1 w R^2$$

$$M_{TA} = C_2 w R^2$$

$$M_{TB} = C_3 w R^2$$

$$V_A = C_4 w R$$

$$V_B = 0$$

α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,1319	0,1080	0,0829	0,0598	0,0402	0,0247	0,0133	0,0056	0,0013
C 2	0,1059	0,1101	0,1148	0,1179	0,1173	0,1113	0,0981	0,0761	0,0438
C 3	0,3812	0,3525	0,3170	0,2774	0,2350	0,1907	0,1449	0,0978	0,0494
C 4	0,4950	0,4800	0,4550	0,4200	0,3750	0,3200	0,2550	0,1800	0,0950



CASO (14)

$$k_1 = \alpha^2 \frac{5\alpha^2 + 7 + 28\alpha^2 \ln.\alpha}{5 + 7\alpha^2}$$

$$C_1 = \frac{1}{8} (1 + k_1 - 2\alpha^2)$$

$$C_2 = \frac{1}{48} (1 + k_1 - 2\alpha^2)$$

$$C_3 = \frac{1}{96} \left[7(1 - k_1) - 5\alpha^2 + \frac{5k_1}{\alpha^2} + 28\alpha^2 \ln.\alpha \right]$$

$$C_4 = \frac{1}{2} (1 - \alpha^2)$$

CASOS (15) y (18)

$$k = \alpha^2 \left(\frac{6 + 7 \ln.\alpha}{5 + 7\alpha^2} \right)$$

$$C_1 = \frac{\alpha}{2} (2k_3 - 1) \quad C_2 = \frac{\alpha}{12} (2k_3 - 1)$$

$$C_3 = \frac{\alpha}{12} \left[k_3 \left(7 - \frac{5}{\alpha^2} \right) - 7 \ln.\alpha - 1 \right]$$

CASOS (16) y (19)

$$k_5 = \frac{6\alpha^2}{5 + 7\alpha^2}$$

$$C_1 = 2k_5 \quad C_2 = \frac{1}{3} k_5$$

$$C_3 = \frac{k_5}{6} \left(7 - \frac{5}{\alpha^2} \right)$$



CASO ⑰

$$k_1 = \alpha^2 \left(\frac{5\alpha^2 + 7 + 28\alpha^2 \ln. \alpha}{5 + 7\alpha^2} \right)$$

$$C_1 = \frac{1}{8} (1 + k_1 - 2\alpha^2)$$

$$C_2 = \frac{1}{48} (1 + k_1 - 2\alpha^2)$$

$$C_3 = \frac{1}{96} \left[5\alpha^2 - 7(1 - k_1) - \frac{5k_1}{\alpha^2} - 28\alpha^2 \ln. \alpha \right]$$

$$C_4 = \frac{1}{2} (\alpha^2 - 1)$$

CASO ⑳

$$k_2 = \frac{\alpha^2}{6} \left(19 + \frac{28\alpha^2}{1 - \alpha^2} \ln. \alpha \right) \quad \beta = \frac{1}{2} (\alpha + 1)$$

$$C_1 = \frac{1}{96} \left[19(1 - \beta^2) + 6k_2 \left(1 - \frac{1}{\beta^2} \right) + 28\alpha^2 \ln. \beta \right]$$

$$C_2 = \frac{1}{8} \left[\frac{5}{6} (1 - 2\alpha^2) + k_2 \right]$$

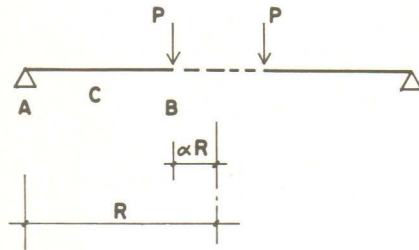
$$C_3 = \frac{1}{96} \left[19 - 29\alpha^2 + 6k_2 \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) + 28\alpha^2 \ln. \alpha \right]$$

$$C_4 = \frac{1}{2} (1 - \alpha^2)$$



TABLA N° 7.62

21 CARGA REPARTIDA A LO LARGO DE UNA CIRCUNFERENCIA _



$$\begin{aligned} M_{RA} &= 0 & M_{RB} &= 0 & M_{RC} &= C_1 P R^2 \\ M_{TA} &= C_2 P R^2 & M_{TB} &= C_3 P R^2 \\ V_A &= \alpha P & V_B &= P \end{aligned}$$

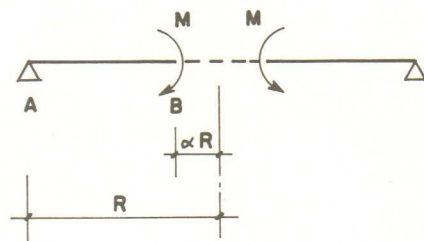
α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,0317	0,0457	0,0469	0,0408	0,0315	0,0215	0,0126	0,0057	0,0015
C 2	0,0440	0,0990	0,1667	0,2481	0,3431	0,4511	0,5715	0,7036	0,8466
C 3	0,3130	0,4745	0,5881	0,6757	0,7474	0,8087	0,8628	0,9119	0,9573



TABLA N° 7. 63

(22)

MOMENTO APLICADO EN EL EXTREMO LIBRE _



$$M_{RA} = 0$$

$$M_{RB} = -M$$

$$M_{TA} = C_1 M$$

$$M_{TB} = C_2 M$$

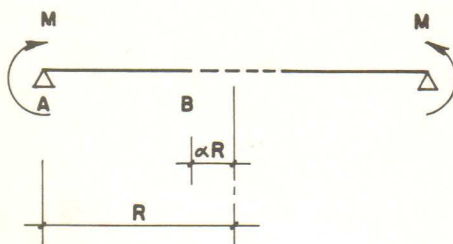
α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	0,0202	0,0833	0,1978	0,3810	0,6667	1,1250	1,9216	3,5556	8,5263
C 2	1,0202	1,0833	1,1978	1,3810	1,6667	2,1250	2,9216	4,5556	9,5263



TABLA N° 7.64

(23)

MOMENTO APLICADO EN EL APOYO _



$$M_{RA} = M$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{TA} = C_1 M$$

$$M_{TB} = C_2 M$$

α	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90
C 1	1,0200	1,0830	1,1980	1,3810	1,6670	2,1250	2,9220	4,5560	9,5260
C 2	2,0200	2,0830	2,1980	2,3810	2,6670	3,1250	3,9220	5,5560	10,5260

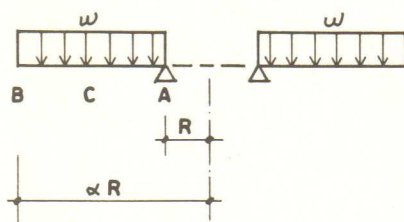


TABLA N° 7. 65

LOSAS ANULARES CON BORDE INTERNO SIMPLEMENTE APOYADO _

24

CARGA UNIFORME _



$$M_{RA} = 0$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{RC} = C_1 w R^2$$

$$M_{TA} = -C_2 w R^2$$

$$M_{TB} = -C_3 w R^2$$

$$V_A = C_4 w R$$

$$V_B = 0$$

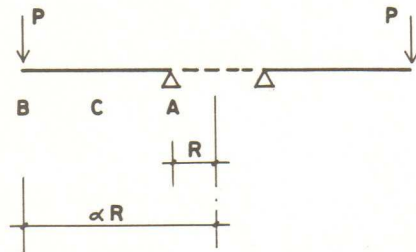
α	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40	2,30	2,20	2,10
C 1	0,1284	0,1256	0,1219	0,1173	0,1120	0,1058	0,0990	0,0916	0,0836	0,0752
C 2	4,6970	4,2471	3,8230	3,4243	3,0504	2,7009	2,3754	2,0733	1,7941	1,5373
C 3	1,2626	1,1851	1,1093	1,0351	0,9625	0,8915	0,8221	0,7543	0,6880	0,6233
C 4	4,0000	3,7050	3,4200	3,1450	2,8800	2,6250	2,3800	2,1450	1,9200	1,7050

α	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10
C 1	0,0684	0,0575	0,0485	0,0397	0,0311	0,0230	0,0157	0,0094	0,0044	0,0012
C 2	1,3023	1,0885	0,8952	0,7218	0,5676	0,4319	0,3138	0,2125	0,1271	0,0566
C 3	0,5599	0,4981	0,4376	0,3785	0,3208	0,2643	0,2091	0,1551	0,1022	0,0506
C 4	1,5000	1,3050	1,1200	0,9450	0,7800	0,6250	0,4800	0,3450	0,2200	0,1050



TABLA N° 7.66

(25) CARGA REPARTIDA A LO LARGO DE LA CIRCUNFERENCIA DE BORDE _



$$\begin{aligned} M_{RA} &= 0 & M_{RB} &= 0 & M_{RC} &= -C_1 P R \\ M_{TA} &= -C_2 P R & M_{TB} &= -C_3 P R \\ V_A &= \alpha P & V_B &= P \end{aligned}$$

α	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40	2,30	2,20	2,10
C 1	0,4092	0,3769	0,3453	0,3144	0,2844	0,2552	0,2271	0,2000	0,1740	0,1493
C 2	5,5758	5,2967	5,0218	4,7512	4,4849	4,2232	3,9663	3,7143	3,4674	3,2258
C 3	1,7306	1,6945	1,6584	1,6224	1,5865	1,5507	1,5150	1,4793	1,4437	1,4081

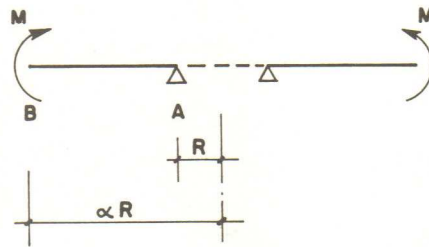
α	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10
C 1	0,1260	0,1041	0,0839	0,0655	0,0490	0,0346	0,0225	0,0128	0,0058	0,0015
C 2	2,9898	2,7596	2,5354	2,3176	2,1064	1,9022	1,7054	1,5163	1,3354	1,1631
C 3	1,3724	1,3368	1,3010	1,2652	1,2291	1,1927	1,1558	1,1184	1,0801	1,0408



TABLA N° 7. 67

(26)

MOMENTO APLICADO EN EL BORDE LIBRE _



$$M_{RA} = 0$$

$$M_{RB} = M$$

$$M_{TA} = -C_1 M$$

$$M_{TB} = -C_2 M$$

	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40	2,30	2,20	2,10
C 1	2,2500	2,2700	2,2924	2,3180	2,3472	2,3810	2,4202	2,4662	2,5208	2,5865
C 2	1,2500	1,2700	1,2924	1,3180	1,3472	1,3810	1,4202	1,4662	1,5208	1,5865

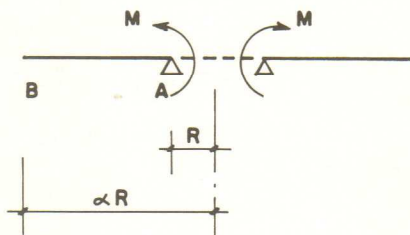
	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10
C 1	2,6667	2,7663	2,8929	3,0582	3,2821	3,6000	4,0833	4,8986	6,5455	11,5238
C 2	1,6667	1,7663	1,8929	2,0582	2,2821	2,6000	3,0833	3,8986	5,5455	10,5238



TABLA Nº 7.68

(27)

MOMENTO APLICADO EN EL APOYO _



$$M_{RA} = 1$$

$$M_{RB} = 0$$

$$M_{TA} = -C_1 M$$

$$M_{TB} = -C_2 M$$

α	3,00	2,90	2,80	2,70	2,60	2,50	2,40	2,30	2,20	2,10
C 1	1,2500	1,2699	1,2924	1,3180	1,3472	1,3810	1,4202	1,4662	1,5208	1,5865
C 2	0,2500	0,2699	0,2924	0,3180	0,3472	0,3810	0,4202	0,4662	0,5208	0,5865

α	2,00	1,90	1,80	1,70	1,60	1,50	1,40	1,30	1,20	1,10
C 1	1,6667	1,7663	1,8929	2,0582	2,2821	2,6000	3,0833	3,8986	5,5455	10,5238
C 2	0,6667	0,7663	0,8929	1,0582	1,2821	1,6000	2,0833	2,8986	4,5455	9,5238



CASOS ②① y ②⑤

$$k_4 = \frac{7}{6} \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} \ln. \alpha \quad \beta = \frac{1}{2} (\alpha + 1)$$

$$C_1 = \frac{\alpha}{2} \left[k_4 \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 \right) - \frac{7}{6} \ln. \beta \right]$$

$$C_2 = \frac{\alpha}{12} (5 - 12 k_4)$$

$$C_3 = \frac{\alpha}{12} \left[5 - 6 k_4 \left(\frac{1}{\alpha^2} + 1 \right) - 7 \ln. \alpha \right]$$

CASO ②②

$$k_6 = \frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2}$$

$$C_1 = 2 k_6 \quad C_2 = k_6 \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right)$$

CASO ②③

$$k_7 = \frac{1}{1 - \alpha^2}$$

$$C_1 = \alpha^2 k_7 \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) \quad C_2 = 2 k_7$$



CASO (24)

$$k_2 = \frac{\alpha^2}{6} \left(19 + \frac{28 \alpha^2}{1 - \alpha^2} \ln. \alpha \right) \quad \beta = \frac{1}{2} (\alpha + 1)$$

$$C_1 = \frac{1}{96} \left[19 (1 - \beta^2) + 6 k_2 \left(1 - \frac{1}{\beta^2} \right) + 28 \alpha^2 \ln. \beta \right]$$

$$C_2 = \frac{1}{8} \left[\frac{5}{6} (2 \alpha^2 - 1) - k_2 \right]$$

$$C_3 = \frac{1}{96} \left[29 \alpha^2 - 19 - 6 k_2 \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) + 28 \alpha^2 \ln. \alpha \right]$$

$$C_4 = \frac{1}{2} (\alpha^2 - 1)$$

CASO (26)

$$k_6 = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1}$$

$$C_1 = 2 k_6$$

$$C_2 = k_6 \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right)$$

CASO (27)

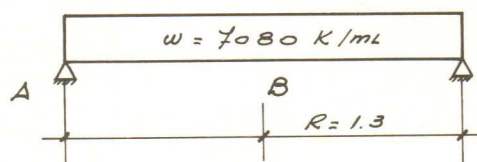
$$k_7 = \frac{1}{\alpha^2 - 1}$$

$$C_1 = \alpha^2 k_7 \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) \quad C_2 = 2 k_7$$



LOSAS CIRCULARES

CALCULAR LOS MOMENTOS Y CORTES EN LA
LOSA CIRCULAR QUE SE MUESTRA



CORRESPONDE EN LAS TABLAS AL N° 7

DATOS:

$$w = 7080 \text{ K/ml}$$

$$R = 1.30 \text{ mts.}$$

$$A \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL EN A} = 0 \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL EN A} = 0.033 \pi w R^2 \\ M_{TA} = 1240 \text{ K-mt.} \end{array} \right.$$

$$B \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL EN B} = 0.063 \pi w R^2 \\ M_{RB} = 2368 \text{ K-mt.} \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL EN B} = 0.063 \pi w R^2 \\ M_{TB} = 2368 \text{ K-mt.} \end{array} \right.$$

$$\text{FUERZA CORTANTE EN A} = 0.159 \pi w R$$

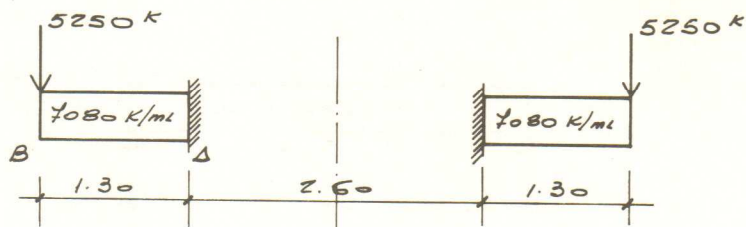
$$V_A = 0.159 \times 3.1416 \times 7080 \times 1.3$$

$$V_A = 4598 \text{ Kgs.}$$



LOSAS ANULARES

CALCULAR LOS MOMENTOS Y CORTES EN LA LOSA ANULAR QUE SE MUESTRA



1 - SE DESCOMPONE EL CALCULO EN DOS CASOS

a) UNA LOSA ANULAR EMPOTRADA CON CARGA REPARTIDA A LO LARGO DE LA CIRCUNFERENCIA DE BORDE

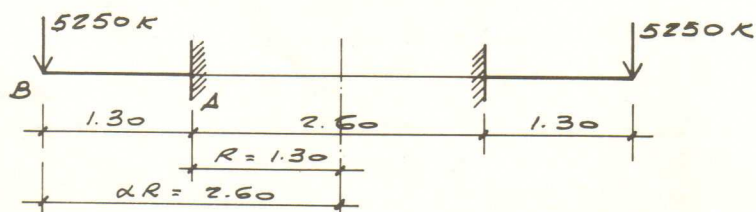


b) UNA LOSA ANULAR EMPOTRADA CON CARGA REPARTIDA UNIFORMEMENTE.



CASO a)

ESTE CASO CORRESPONDE EN LAS TABLAS AL N° 18





DATOS :

$$P = 5250 \text{ K}$$

$$R = 1.3 \text{ mts.}$$

$$\alpha R = 2.6 \text{ mts.}$$

$$\alpha = 2.0$$

SE SACA DE LAS TABLAS LOS VALORES DE LOS COEFICIENTES PARA $\alpha = 2.0$

$$C_1 = 1.63$$

$$C_2 = 0.27$$

$$C_3 = 0.29$$

Y SE OBTIENEN LOS VALORES DE LOS MOMENTOS Y CORTES

$$A \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL EN A} = -C_1 \times P \times R^2 \\ M_{RA} = -1.63 \times 5250 \times 1.3^2 = -14462 \text{ K.mt.} \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL EN A} = -C_2 \times P \times R^2 \\ M_{TA} = -0.27 \times 5250 \times 1.3^2 = -2395 \text{ K.mt.} \end{array} \right.$$

$$B \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL EN B} = 0 \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL EN B} = -C_3 \times P \times R^2 \\ M_{TB} = -0.29 \times 5250 \times 1.3^2 = -2579 \text{ K.mt.} \end{array} \right.$$

FUERZA CORTANTE EN A = αP

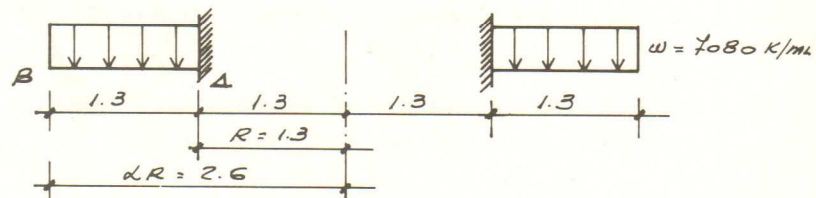
$$V_A = 2.0 \times 5250 \text{ K} = 10500 \text{ K}$$

FUERZA CORTANTE EN B = P

$$V_B = 5250 \text{ K}$$

CASO b)

CORRESPONDE EN LAS TABLAS AL N° 14





DATOS:

$$w = 7080 \text{ K/ml} \quad R = 1.3 \text{ mts.}$$

$$\alpha R = 2.6 \text{ mts.} \quad \alpha = 2.0$$

SE SACA DE LAS TABLAS LOS VALORES DE LOS COEFICIENTES PARA $\alpha = 2.0$

$$C_1 = 0.7103$$

$$C_2 = 0.1184$$

$$C_3 = 0.0864$$

$$C_4 = 1.5$$

Y SE OBTIENEN LOS VALORES DE LOS MOMENTOS Y CORTES

$$\Delta \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL EN } \Delta = -C_1 \times w \times R^2 \\ M_{RA} = -0.7103 \times 7080 \times 1.3^2 = -8499 \text{ K-mt.} \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL EN } \Delta = -C_2 \times w \times R^2 \\ M_{TA} = -0.1184 \times 7080 \times 1.3^2 = -1416 \text{ K-mt.} \end{array} \right.$$

$$B \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL EN } B = 0 \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL EN } B = -C_3 \times w \times R^2 \\ M_{TB} = -0.0864 \times 7080 \times 1.3^2 = -1034 \text{ K-mt.} \end{array} \right.$$

$$\text{FUERZA CORTANTE EN } \Delta = C_4 \times w \times R$$

$$V_A = 1.5 \times 7080 \times 1.3 = 13806 \text{ K}$$

$$V_B = 0$$

RESUMIENDO LOS DOS CASOS, SE TENDRAN LOS VALORES DE DISEÑO DE CORTES Y MOMENTOS RADIALES Y TANGENCIALES

$$\begin{array}{l} \Delta \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL} = -14462 + (-8499) = -22961 \text{ K-mt.} \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL} = -2395 + (-1416) = -3811 \text{ K-mt.} \\ \text{FUERZA CORTANTE} = 10500 + 13806 \text{ K} = 24306 \text{ K} \end{array} \right. \\ B \left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO RADIAL} = 0 \\ \text{MOMENTO TANGENCIAL} = -2573 + (-1034) = -3607 \text{ K-mt.} \\ \text{FUERZA CORTANTE} = 5250 \text{ K} \end{array} \right. \end{array}$$